UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Ciências Naturais

2ª PARTE

1 Teoria da medida e dos erros

1.1 Grandezas Físicas e Padrões de Medidas

Grandezas físicas são propriedades de um ente físico às quais podemos atribuir um valor IMPESSOAL, ou seja, um valor numérico obtido por comparação com um VALOR-PADRÃO. Por exemplo, duas grandezas físicas para um ser humano são: seu peso e sua altura. Quando dizemos, por exemplo, que a altura de um homem é de 1,90 metros, queremos dizer que ele possui uma altura 1,90 vezes o comprimento de um PADRÃO (o metro) gravado em uma barra metálica que está guardada em *Sèvres*, nos arredores de Paris, no *Bureau International dês Poids et Mesures*. Repare que não medimos o homem e sim uma de suas propriedades: a altura. Neste exemplo, o PADRÃO (metro) define uma UNIDADE da grandeza comprimento: uma UNIDADE PADRÃO de comprimento chamada metro. Generalizando, todas as grandezas físicas podem ser expressas em termos de um pequeno número de UNIDADES PADRÕES fundamentais. Neste contexto, fazer uma medida significa comparar uma quantidade de uma dada grandeza, com outra quantidade definida como unidade padrão da mesma grandeza.

A escolha de UNIDADES PADRÕES de grandezas determina o sistema de unidades de todas as grandezas usadas em Física. O sistema de unidades "oficial" usado pela maioria dos cientistas e engenheiros denomina-se normalmente sistema métrico, porém desde 1960, ele é conhecido oficialmente como Sistema Internacional, ou SI (das iniciais do nome francês Système International), porém, ainda existem outros sistemas de unidades utilizados, como o CGS.

O SI é baseado em sete UNIDADES PADRÕES FUNDAMENTAIS:

Grandeza	**Nome da Unidade**	**Símbolo**
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
corrente elétrica	ampère	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de substância	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

As unidades de outras grandezas como velocidade, força, energia e torque são derivadas das sete grandezas acima. No quadro abaixo estão listadas algumas destas grandezas:

Grandeza	**Dimensão**	**Unidade**
Velocidade	m/s	
Trabalho	1 N . m	Joule (J)
Potência	1 J/s	Watt (W)
Força	1 Kg . m/s^2	Newton (N)
Aceleração	1 m/ s^2	
Densidade	1 kg/m^3	

No quadro abaixo também estão listados os prefixos dos múltiplos e submúltiplos mais comuns das grandezas fundamentais, todos na base de potências de 10. Os prefixos podem ser aplicados a qualquer unidade:

Múltiplo	Prefixo	Símbolo
10^{12}	tera	*T*
10^{9}	giga	*G*
10^{6}	mega	*M*
10^{3}	kilo	*k*
10^{-2}	centi	*c*
10^{-3}	mili	*m*
10^{-6}	micro	*μ*
10^{-9}	nano	*n*
10^{-12}	pico	*p*

Como curiosidade, podemos citar algumas ordens de grandeza do Universo:

Próton	10^{-15} m , 10^{-27} kg
Átomo	10^{-10} m
Vírus	10^{-7} m , 10^{-19} kg
Gota de chuva	10^{-6} kg
Período da radiação da luz visível	10^{-15} s
Terra	10^{7} m , 10^{24} kg , 10^{17} kg
Sol	10^{9} m , 10^{30} kg
Via-Láctea	10^{21} m , 10^{41} kg
Universo Visível	10^{26} m , 10^{52} kg , 10^{18} s

1.2 Medidas Físicas

As medidas de grandezas físicas podem ser classificadas em duas categorias: medidas DIRETAS e INDIRETAS. A medida direta de uma grandeza é o resultado da leitura de uma magnitude mediante o uso de instrumento de medida, como por exemplo, um comprimento com régua graduada, ou ainda a de uma corrente elétrica com um amperímetro, a de uma massa com uma balança ou de um intervalo de tempo com um cronômetro.

Uma medida indireta é a que resulta da aplicação de uma relação matemática que vincula a grandeza a ser medida com outras diretamente mensuráveis. Como exemplo, a medida da velocidade média v de um carro pode ser obtida através da medida da distância percorrida S e o intervalo de tempo Δt, sendo $v = \frac{S}{\Delta t}$.

1.3 Erros e Desvios

Algumas grandezas possuem seus valores reais conhecidos e outras não. Quando conhecemos o valor real de uma grandeza e experimentalmente encontramos um resultado diferente, dizemos que o valor observado está afetado de um erro, o qual pode ser definido como:

ERRO ➔ Diferença entre um valor observado (V_{obs}) ao se medir uma grandeza e o valor real (V_{Real}) ou correto da mesma.

$$Erro = V_{obs} - V_{Real} \tag{0.1}$$

Conforme teremos oportunidade de estudar, obter o valor real da maioria das grandezas físicas, através de uma medida, é quase impossível. Apesar de não podermos encontrar o valor real de determinada grandeza, podemos estabelecer, através de critérios que estudaremos oportunamente, um valor adotado que mais se aproxima do valor real, como é o caso da aceleração da gravidade. Neste caso, ao efetuarmos uma medida, falamos em **desvios** e não em **erros**, o qual pode ser definido como:

DESVIO ➔ Diferença entre um valor observado (V_{obs}) ao se medir uma grandeza e o valor adotado (V_{adot}) que mais se aproxima teoricamente do valor real.

$$Desvio = V_{obs} - V_{adot} \qquad (0.2)$$

Na prática se trabalha na maioria das vezes com desvios e não com erros.

Os desvios podem ser apresentados sob duas formas:

- Desvio - já definido
- Desvio Relativo - é a relação entre o desvio absoluto e o valor adotado como o mais próximo teoricamente do valor real desta grandeza.

$$Desvio\ Relativo = \frac{Desvio}{V_{adotado}} \qquad (0.3)$$

O desvio relativo percentual é obtido, multiplicando-se o desvio relativo por 100%.

O Desvio Relativo nos dá, de certa forma, uma informação a mais acerca da qualidade do processo de medida e nos permite decidir, entre duas medidas, qual a melhor.

Classificação de Erros

Por mais cuidadosa que seja uma medição e por mais preciso que seja o instrumento, não é possível realizar uma medida direta perfeita. Ou seja, sempre existe uma incerteza ao se comparar uma quantidade de uma grandeza física com sua unidade.

Segundo sua natureza, os erros são geralmente classificados em três categorias: grosseiros, sistemáticos e aleatórios ou acidentais.

1.3.1.1 Erros Grosseiros

Erros que ocorrem devido à imperícia ou distração do operador. Como exemplos, podemos citar a escolha errada de escalas, erros de cálculo e erro de paralaxe. Devem ser evitados pela repetição cuidadosa das medições.

1.3.1.2 Erros Sistemáticos

Os erros sistemáticos são causados por fontes identificáveis, e em princípio, podem ser eliminados ou compensados. Estes erros fazem com que as medidas efetuadas estejam consistentemente acima ou abaixo do valor real, prejudicando a **exatidão** das medidas. Erros sistemáticos podem ser devidos a vários fatores, tais como:

- ao instrumento que foi utilizado, por exemplo, intervalos de tempo medidos com um relógio que atrasa;

- ao método de observação utilizado, por exemplo, medir o instante da ocorrência de um relâmpago pelo ruído do trovão associado;

- a efeitos ambientais, por exemplo, a medida do comprimento de uma barra de metal, que pode depender da temperatura ambiente;

- a simplificações do modelo teórico utilizado, por exemplo, não incluir o efeito da resistência do ar numa medida da gravidade baseada na medida do tempo de queda de um objeto a partir de uma dada altura.

1.3.1.3 Erros Aleatórios ou Acidentais

Erros devidos a causas diversas, bem como a causas temporais que variam durante observações sucessivas e que escapam a uma análise em função de sua imprevisibilidade, prejudicando a **precisão** das medidas. Podem ter várias origens, entre elas:

- instabilidades nos instrumentos de medidas;
- erros no momento da medida como, por exemplo, uma leitura com precisão maior do que aquela fornecida pela escala;
- pequenas variações das condições ambientais (pressão, temperatura, umidade, fontes de ruídos, etc.);

Erros aleatórios podem ser tratados quantitativamente através de métodos estatísticos, de maneira que seus efeitos sobre a grandeza física medida, podem ser, em geral, determinados.

A distinção entre erros aleatórios ou sistemáticos é, até certo ponto, subjetiva, entretanto, existe uma diferença clara, a contribuição dos erros aleatórios pode ser reduzida pela repetição das medidas, enquanto àquela relativa a erros sistemáticos em geral é insensível à repetição.

Incertezas

O erro é inerente ao processo de medida, isto é, nunca será completamente eliminado. O erro poderá ser minimizado, procurando-se eliminar o máximo possível as fontes de erro acima citadas. Portanto, ao realizar medidas é necessário avaliar quantitativamente as INCERTEZAS nas medições (Δx). Aqui devem ser diferenciadas duas situações: a primeira trata de medidas diretas, e a segunda de indiretas.

1.3.1.4 *Incertezas em Medidas Diretas*

A medida direta de uma grandeza x com sua incerteza estimada pode ser feita de duas formas distintas:

a) Medindo-se apenas uma vez a grandeza x: neste caso, a estimativa de incerteza na medida, Δx, é feita a partir do **instrumento de medida** utilizado (ver-se-á as regras no item 4) e o resultado será expresso por:

$$x \pm \Delta x \qquad (0.4)$$

Obs: O sinal $\pm$ aqui não indica que Δx pode ser tanto positivo como negativo (como no caso $x^2 = 4,\ \log o\ \ x = \pm\ 2)$, mas sim que o valor obtido na medida é único, porém, devido à limitação do instrumento de medida, não é exatamente o valor lido, e pode ser qualquer número do intervalo [$x - \Delta x$, $x + \Delta x$]. Se forem detectadas outras fontes de erro, o valor de Δx deve ser incrementado com o valor estimado da contribuição do referido erro. Lembre-se: JAMAIS DEVEMOS DISSOCIAR O VALOR DE UMA MEDIDA DO SEU VALOR DE INCERTEZA!

b) Medindo-se N vezes a mesma grandeza x, sob as mesmas condições físicas. Os valores medidos x_1, x_2, ..., x_N não são geralmente iguais entre si e descontando os erros grosseiros e sistemáticos, as diferenças entre eles são atribuídas aos erros aleatórios. Neste caso, o resultado da medida é expresso em função das incertezas como:

$$x = x_m \pm \Delta x \qquad (0.5)$$

onde x_m é o valor médio das N medidas, dado por:

$$x_m = \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{N} \qquad (0.6)$$

Existem outros parâmetros que podem representar os valores centrais em torno dos quais estes dados se distribuem, tais como: a moda, a média quadrática e a mediana. A escolha do parâmetro depende do tipo de distribuição dos dados e do sistema.

Δx é a incerteza da medida e representa a variabilidade e a dispersão das medidas. Esta incerteza pode ser determinada de várias formas. Neste curso, trabalharemos com a incerteza absoluta e o desvio padrão.

- ✓ *Incerteza Absoluta:*

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{N} \frac{|x_m - x_i|}{N} \tag{0.7}$$

- ✓ *Desvio Padrão:*

$$\Delta x = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_m - x_i)^2}{N}} \tag{0.8}$$

Outra grandeza importante é a incerteza relativa $\delta = \frac{\Delta x}{x_m}$. Por exemplo, se uma barra de aço tem comprimento dado por $(2,5 \pm 0,5)\,m$, significa que esse comprimento está sendo comparado com o padrão denominado metro e que a incerteza associada à medida é de $0,5\ m$. A incerteza relativa nesta medida é de $\frac{0,5}{2,5} = 0,2$ ou 20%.

Quando o número de medidas cresce indefinidamente, a distribuição de freqüência das medidas tende, usualmente, à **distribuição de Gauss**. Medidas diretas que se distribuem segundo a distribuição de Gauss, tem a seguinte propriedade:

- 68,3% das medidas estão entre $(x_m - \sigma)\ e\ (x_m + \sigma)$
- 95,5% das medidas estão entre $(x_m - 2\sigma)\ e\ (x_m + 2\sigma)$
- 97,7% das medidas estão entre $(x_m - 3\sigma)\ e\ (x_m + 3\sigma)$

Dependendo do tipo de sistema, outros tipos de distribuições estatísticas podem ser mais indicadas, como por exemplo: a **distribuição de Poisson**, **distribuição Binomial**, **distribuição Gama**, etc.

Os valores médios e os desvios padrões podem ser obtidos por programas de ajustes, como por exemplo, o **Origin** e algoritmos do **MATLAB**, a partir de um conjunto de medidas.

1.3.1.5 Incertezas em Medidas Indiretas

Geralmente é necessário usar valores medidos e afetados por incertezas para realizar cálculos a fim de se obter o valor de outras grandezas indiretas. É necessário conhecer como a incerteza na medida original afeta a grandeza final.

1.3.1.5.1 Propagação de incertezas - Crítica ao resultado da medição de uma grandeza

Nas medidas indiretas o valor da grandeza final dependerá das incertezas de cada uma das grandezas obtidas direta ou indiretamente, bem como da forma da expressão matemática utilizada para obtê-las.

Consideremos que a grandeza V a ser determinada esteja relacionada com outras duas ou mais, através da relação: $V = f(x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, ..., x_n \pm \Delta x_n)$, onde f é uma função conhecida de $x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, ..., x_n \pm \Delta x_n$.

Examinaremos então como se obtém a incerteza do valor da grandeza que se mede indiretamente, em função das incertezas das medidas diretas.

Um método usualmente aplicado e que nos dá o valor de ΔV, imediatamente, em termos de $\Delta x_1, \Delta x_2, ..., \Delta x_n$, é baseado na aplicação do cálculo diferencial:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial V}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \qquad (1.9)$$

Uma derivada parcial, como por exemplo $\frac{\partial V}{\partial x_1}$, é a derivada de *V* em relação a x_2, assumindo as demais n-1 variáveis (as demais grandezas diretas) constantes. Para maiores detalhes, consulte livros de cálculo diferencial e numérico.

Os termos do tipo $\frac{\partial V}{\partial x_i}$ são denominados FATORES DE SENSIBILIDADE de *V* em relação a x_i.

Consideremos agora, um método mais imediato, envolvendo apenas operações de álgebra elementar.

a. Soma ou subtração

Considerando as medidas de n grandezas: A, B, C, ..., e suas respectivas incertezas:

$$\left.\begin{array}{l} A = a \pm \Delta a \\ B = b \pm \Delta b \\ C = c \pm \Delta c \\ \vdots \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} a,\, b,\, c, \cdots = valores\ medidos \\ \pm\Delta a,\, \pm\Delta b,\, \pm\Delta c, \cdots = incertezas\ absolutas \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

$$S = A + B + C + ... \tag{1.11}$$

$$S = s \pm \Delta s \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} s = valor\ \ da\ \ soma \\ \pm\Delta r = incerteza\ \ absoluta\ \ da\ \ soma \end{array}\right\} \tag{1.12}$$

$$s \pm \Delta s = (a \pm \Delta a) + (b \pm \Delta b) + (c \pm \Delta c) + ... = \underbrace{(a + b + c + ...)}_{s} + \underbrace{[(\pm\Delta a) + (\pm\Delta b) + (\pm\Delta c) + (\pm ...]}_{\pm\Delta s} \tag{1.13}$$

Adotando o critério mais desfavorável, ou seja, onde todos os valores obtidos das medidas possuem os máximos desvios da média e possuem o mesmo sinal, obtém-se:

$$s \pm \Delta s = (a + b + c + ...) \pm (|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c| + ...) \quad (1.14)$$

Para o caso da subtração a expressão análoga é:

$$d \pm \Delta d = (a - b - c - ...) \pm (|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c| + ...)$$ (As incertezas se somam!) (1.15)

b. Outras operações - A multiplicação, a divisão, a radiciação e a potenciação, poderão ser englobadas na fórmula monômio.

$$F = K.A.B^{\alpha}.C^{\beta} \quad (1.16)$$

Demonstra-se teoricamente que a incerteza absoluta $\pm\Delta f$ poderá ser colocada em função das incertezas absolutas das grandezas que a compõe pela seguinte fórmula (critério mais desfavorável):

$$\pm\Delta f = \pm f\left[\left|\frac{\Delta k}{k}\right| + \left|\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|\alpha\frac{\Delta b}{b}\right| + \left|\beta\frac{\Delta c}{c}\right|\right] \quad (1.17)$$

onde:

$A = a \pm \Delta a$
$B = b \pm \Delta b$
$C = c \pm \Delta c$
$K = k \pm \Delta k \Rightarrow$ Constante que não depende da medida

(1.18)

$$F = f \pm \Delta f \Rightarrow f = k.a.b^{\alpha}.c^{\beta} \quad (1.19)$$

Discussão sobre a constante K

A constante **K** poderá aparecer nas seguintes formas:

- ✓ Número formado por quantidade finita de dígitos (número exato). Neste caso a incerteza absoluta é nula.
- ✓ Número que matematicamente comporte infinitos dígitos (irracional, dízima). Neste caso a incerteza absoluta dependerá da quantidade de dígitos adotada. Se utilizarmos uma calculadora que opere com dez dígitos, teremos π = 3,141592654. O último dígito foi arredondado pela máquina; está afetado por uma "incerteza" de uma unidade (no máximo = 0,000000001).

2 Algarismos Significativos

A medida de uma grandeza física é sempre aproximada, por mais capaz que seja o operador e por mais preciso que seja o aparelho utilizado. Esta limitação reflete-se no número de algarismos que usamos para representar as medidas. Devemos utilizar só os algarismos medidos ou calculados pela média que são confiáveis devido à precisão do instrumento utilizado, admitindo-se apenas o uso de um único algarismo duvidoso. Por exemplo, se afirmarmos que o resultado de uma medida é $3,24\ cm$ estamos dizendo que os algarismos 3 e 2 são precisos e que o algarismo 4 é o duvidoso, não tendo sentido físico escrever qualquer algarismo após o número 4.

Algumas observações devem ser feitas:

1. Não é algarismo significativo o zero à esquerda do primeiro algarismo significativo diferente de zero. Assim, tanto $l = 32,5m$ como $l = 0,325x10^2\ m$ representam a mesma medida e têm 3 algarismos significativos.

Outros exemplos:

- ✓ $4 = 0{,}4 \times 10 = 0{,}04 \times 10^2 = 0{,}004 \times 10^3$ (1 algarismo significativo);
- ✓ $0{,}00036606 = 0{,}36606 \times 10^{-3} = 3{,}6606 \times 10^{-4}$ (5 algarismos significativos).

2. Zero à direita de algarismo significativo também é algarismo significativo. Portanto, $l = 32{,}5\ cm$ e $l = 32{,}50\ cm$ são diferentes, ou seja, a primeira medida têm 3 algarismos significativos, enquanto a segunda é mais precisa e têm 4 algarismos significativos.

3. **Arredondamento**. Quando for necessário fazer arredondamento de algum número utilizaremos a seguinte regra: quando o último algarismo depois dos significativos for menor que 5 este é abandonado; quando o último algarismo for maior ou igual a 5, somamos 1 unidade ao algarismo significativo anterior. Exemplo:

- ✓ 8,234 cm é arredondado para 8,23 cm;
- ✓ 8,235 cm é arredondado para 8,24 cm;
- ✓ 8,238 cm é arredondado para 8,24 cm.

4. Operações com algarismos significativos:

a. Soma e subtração: Após realizar a soma, o resultado deve apresentar apenas um algarismo duvidoso. Exemplo:

- ✓ 133,35cm – 46,7cm = 86,65cm = 86,7cm.

b. Produto e divisão: O resultado da operação deve ser fornecido com o mesmo número de algarismos significativos do fator que tiver o menor número de algarismos significativos. Exemplos:

- ✓ 32,74cm x 25,2cm = 825,048cm^2 = 825cm^2

✓ $\frac{37,32}{7,45} = 5,00940\ \frac{m}{s} = 5,01\frac{m}{s}$

c. Algarismos significativos em medidas com incerteza. Suponhamos que uma pessoa ao fazer uma série de medidas do comprimento de uma barra ℓ, tenha obtido os seguintes resultados:

✓ Comprimento médio: $\ell = 82,7390$ *cm;*

✓ Incerteza estimada: $\Delta\ell = 0,538$ *cm;*

como a incerteza da medida está na casa dos décimos de *cm*, não faz sentido fornecer os algarismos correspondentes aos centésimos, milésimos de *cm* e assim por diante. Ou seja, a incerteza estimada de uma medida deve conter apenas um algarismo significativo. Os algarismos a direita deste, serão utilizados apenas para efetuar os cálculos e arredondamentos ou simplesmente desprezados. Neste caso $\Delta\ell$ deve ser expresso apenas por:

$$\Delta\ell = 0,5cm\,;$$

os algarismos 8 e 2 do valor médio são exatos, porém o algarismo 7 já é duvidoso porque o erro estimado afeta a casa que lhe corresponde. Deste modo, os algarismos 3, 9 e 0 são desprovidos de significado físico e não é correto escrevê-los: estes algarismos são utilizados para efetuar os cálculos e arredondamentos ou simplesmente desprezados. O modo correto de escrever o resultado final desta medida será então:

$$\ell = (82,7 \pm 0,5)cm\,.$$

Quando se trabalha com uma grandeza sem explicitar a sua incerteza é preciso ter em mente a noção exposta no texto referente ao conceito de algarismo significativo. Mesmo que não esteja explicitada, você sabe que a incerteza afeta "diretamente" o último dígito de cada número. Para verificar esta afirmação sugerimos que assinale com um traço todos os algarismos cuja ordem seja superior ou igual à ordem de grandeza da incerteza. Considere algarismo significativo, os algarismos assinalados.

Exemplos:

a) $\overline{186},3 \pm 1,7 \rightarrow 186 \;\; ou \;\; 1,86x10^{-2}$

b) $\overline{45,37} \pm 0,13 \rightarrow 45,4 \;\; ou \;\; 4,54x10$

c) $\overline{2523}1 \pm 15 \rightarrow 2,523x10^{4}$

As operações que você efetuar com qualquer grandeza darão como resultado um número que tem uma quantidade "bem definida" de algarismos significativos.

Exercícios

1) Verifique quantos algarismos significativos apresentam os números abaixo:

a) 0,003055 b) 1,0003436 c) 0,0069000 d) 162,32 x 10^{6}.

2) Aproxime os números acima para 3 algarismos significativos.

3) Efetue as seguintes operações levando em conta os algarismos significativos:
a) (2,5 $\pm$ 0,6) cm + (7.06 $\pm$ 0,07) cm;
b) (0,42 $\pm$ 0,04) g/(0,7 $\pm$ 0,3) cm;
c) (0,7381 $\pm$ 0,0004) cm x (1,82 $\pm$ 0,07) cm;
d) (4,450 $\pm$ 0,003) m - (0,456 $\pm$ 0,006) m.

4) Efetue as seguintes operações levando em conta os algarismos significativos:

a) 2,3462 cm + 1,4 mm + 0,05 m;
b) 0,052 cm/1,112 s;
c) 10,56 m – 36 cm.

5) As medidas da massa, comprimento e largura de uma folha foram obtidas 4 vezes e os resultados estão colocados na tabela abaixo. Usando estes dados e levando em conta os algarismos significativos, determine:

a) os valores médios da massa, comprimento e largura da folha;
b) as incertezas absolutas das medidas da massa, comprimento e largura da folha;
c) os desvios padrão das medidas de massa, comprimento e largura da folha;
d) as incertezas relativas das medidas da massa, comprimento e largura da folha.

Massa (g)	Largura (cm)	Comprimento (cm)
4,51	21,0	30,2
4,46	21,2	29,8
4,56	20,8	29,9
4,61	21,1	30,1

6) Utilizando os resultados do exercício 5 e a teoria de propagação de erros, determine:
a) A área da folha e sua respectiva incerteza;
b) A densidade superficial da folha e sua respectiva incerteza.