



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO  
Departamento de Ciências Naturais

**3ª PARTE**

**1 Instrumentos de medida**

**1.1 Introdução**

Descreveremos em detalhes alguns dos instrumentos mais utilizados para medir grandezas físicas de massa, tempo e comprimentos, com enfoque nos aparelhos disponíveis no laboratório. São eles:

<b>Grandeza</b>	<b>Aparelho</b>	<b>Precisão</b>
Comprimento	Régua	1 mm
Comprimento	Paquímetro	0.1 mm
Massa	Balança Digital	-
Tempo	Cronômetro	0,01s até 0,0001s

A precisão de um instrumento de medida corresponde à quantidade mínima da grandeza física que o instrumento é capaz de diferenciar. Por exemplo, numa régua centimetrada, a precisão é de 1cm.

O resultado de uma medida deve vir sempre na forma:

$$m \pm \Delta m \quad (4.1)$$

onde  $m$  é o valor medido na escala do instrumento e  $\Delta m$  é a incerteza associada á medida. Esta incerteza depende do aparelho utilizado e dos erros aleatórios ocorridos durante a



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
**Departamento de Ciências Naturais**

medida. Portanto, podemos escrever  $\Delta m$  como a soma de duas contribuições, e será chamada incerteza total:

$$\Delta m = \Delta m_{\text{aparelho}} + \Delta m_{\text{aleatórios}} \quad (4.2)$$

O cálculo das incertezas aleatórias, como já foi mostrado, depende do número de medidas e das operações envolvidas na obtenção da grandeza  $m$ . O cálculo de  $\Delta m_{\text{aparelho}}$  (incerteza do aparelho) depende do instrumento utilizado e há diversos critérios para determiná-la (quando a mesma não for informada pelo fabricante). Nesse sentido, é interessante classificar os aparelhos em analógicos e não analógicos. Esta classificação surge em função da escala do aparelho, e da possibilidade de estimativa de incerteza, conforme veremos a seguir.

## 1.2 Aparelhos Analógicos

Os instrumentos analógicos são aqueles onde a análise das escalas permite que o algarismo duvidoso da medida seja avaliado. Neste caso, é usual adotar a incerteza da escala como sendo a metade da precisão. Ou seja,

$$\Delta m_{\text{aparelho}} = \frac{1}{2}(\text{precisão do aparelho}) \quad (4.3)$$

Alguns exemplos são: réguas, multímetros, cronômetros, balança de braço e termômetros.

### a) A régua milimetrada

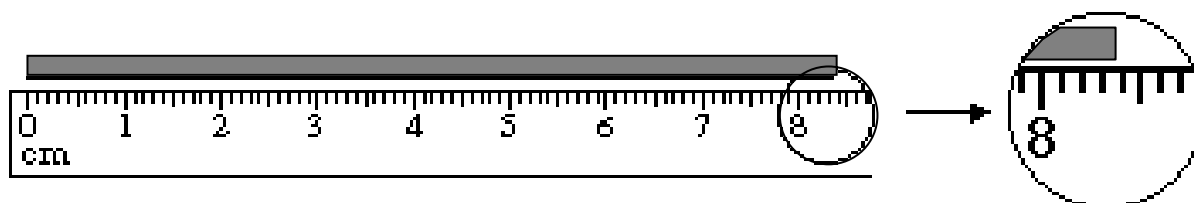
Instrumento capaz de medir comprimentos com a precisão máxima de milímetros. O erro de escala é:

$$\Delta m_{\text{aparelho}} = \frac{1}{2}(\text{precisão do aparelho}) = 0,5 \text{ mm} . \quad (4.4)$$



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
Departamento de Ciências Naturais

Para entender a origem deste critério, considere, por exemplo, que desejamos medir o tamanho de uma folha de papel usando uma régua milimetrada. Com o olho bem treinado ou com o auxílio de uma lupa, e se os traços da marcação dos milímetros inteiros da régua forem suficientemente estreitos, pode-se avaliar até décimos de milímetro. Contudo, este procedimento pode não ser válido. Se uma régua é graduada em milímetros é porque o material com que é feito pode resultar em variações do comprimento total comparáveis com a sua menor divisão. Ou então, o próprio processo de fabricação pode não ser seguro, dando variações comparáveis com a menor divisão. Nestes casos, supor a régua exata e avaliar décimos de milímetro pode se irrealista. Por outro lado, arredondando até o milímetro inteiro mais próximo pode acarretar perda de informação. Assim, avaliar a incerteza em metade da precisão é um meio termo aceitável. É importante notar que esta incerteza corresponde na verdade ao erro máximo que pode ser cometido utilizando uma régua milimetrada, excluindo-se os erros aleatórios. A figura abaixo mostra um exemplo de leitura utilizando uma régua.



**Figura 2- Exemplo de uma medida feita com régua milimetrada.**

Neste caso podemos avaliar o comprimento da barra em 8,36 cm. Assim, os algarismos exatos são 8 e 3, ao passo que o duvidoso é 6, uma vez que sua obtenção surgiu de uma apreciação do experimentador. Portanto, o resultado final da medida deve ser  $l = (8,36 \pm 0,05)$  cm. Se utilizássemos um paquímetro poderíamos obter para a grandeza em foco um valor de 8,371 cm. Neste caso, quais os algarismos duvidosos e quais os exatos? Já um micrômetro nos permitiria obter um valor que poderia ser 8,3713 cm.



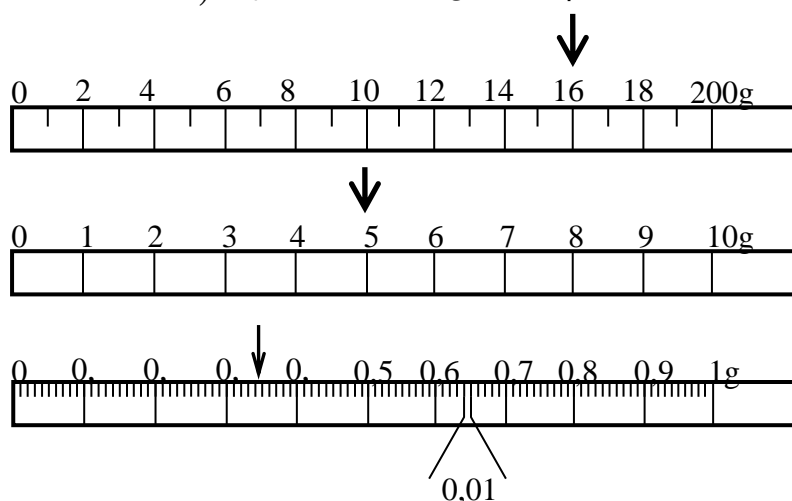
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO  
Departamento de Ciências Naturais

**b) Balança Tri-Escala**

A balança tri-escala é assim denominada porque possui três escalas: uma graduada em gramas, outra em dezenas de gramas, outra em centésimos de gramas. Assim o resultado de uma medida com esta balança pode ser apresentado com algarismos até a casa do milésimo da grama, sendo este algarismo duvidoso. A precisão da balança é na casa do centésimo de grama. Antes de fazer uma medida com a balança, deve-se verificar se a mesma está zerada. Para isto, sem nenhum objeto no prato da balança, deve ser verificado se, ao colocar os pesos das escalas nos zeros das mesmas, o ponteiro situado na extremidade do braço da balança está apontando para o zero de uma escala vertical, situado nesta extremidade. A inclinação do braço da balança pode ser ajustada girando um parafuso situado na base da balança. A balança deve ser zerada para evitar erros sistemáticos nas medidas.

Ao pesar um objeto colocando-o no prato da balança, o braço desta ficará levantado, sendo necessário posicionar os pesos das escalas de forma que o ponteiro volte para o zero da escala vertical. Assim feito, os números nas escalas, indicados pelos pesos das escalas, poderão ser lidos.

Como exemplo, a leitura feita na figura abaixo (e indicada pelas flechas) seria de  $m = (165,345 \pm 0,005) g$ , onde  $0,005 g$  corresponde á incerteza da medida.



**Figura 3 - Balança tri-escala.**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO  
Departamento de Ciências Naturais

### 1.3 Aparelhos não Analógicos

#### c) Aparelhos Digitais

Os aparelhos digitais não permitem que o erro de escala seja avaliado: o algarismo duvidoso é simplesmente lido no display do aparelho, ou conforme especificado pelo fabricante. Usualmente, o erro corresponde ao menor valor que o aparelho pode medir:

$$\Delta m_{\text{aparelho}} = \text{precisão do aparelho} \quad (4.5)$$

Alguns exemplos de aparelhos digitais são: o cronômetro digital, termômetro digital e multímetro digital. Como exemplo, descreveremos em detalhes o processo de medida de um cronômetro digital e de um multímetro digital.

#### Cronômetros digitais:

Cronômetros são aparelhos que medem intervalos de tempo e cuja precisão depende do fabricante. Os cronômetros utilizados neste curso apresentam um display digital com intervalos de tempo no formato:

XX	XX'	XX''	XX'''
horas	minutos	segundos	décimos
			de segundos

Portanto, o último dígito de precisão encontra-se na casa dos centésimos de segundo. Assim, o erro de escala deste aparelho corresponde à menor medida que o mesmo pode fazer, ou seja:

$$\Delta m_{\text{aparelho}} = 0,01 \text{ s} \quad (4.6)$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO  
Departamento de Ciências Naturais

Desta forma, um exemplo de leitura com display indicando 0201 significa  $(2,01 \pm 0,01)$  s.

**Obs: Lembre-se quando o cronômetro for acionado manualmente, deve ser incluído também o tempo de reação humano, que é de aproximadamente 0,1 s para cada acionamento.**

### Multímetro

Multímetros digitais são aparelhos multi-utilidades que medem várias grandezas elétricas, como: resistência, tensão, corrente, capacitância, indutância, tensões de junções de diodos e de transistores, etc. Os multímetros apresentam um display digital e várias escalas para cada função, que podem ser selecionadas por um cursor. Para perfeita utilização, **NUNCA UTILIZE O MULTÍMETRO SEM ORIENTAÇÃO DO PROFESSOR E NUNCA USE A SELEÇÃO AMPERÍMETRO EM PARALELO COM A FONTE, POIS VOCÊ PODE DANIFICÁ-LO!!!**

Para o caso do multímetro, existem duas fontes de erro possíveis:

- a) o último algarismo ( $z$ ) pode flutuar em torno do valor mais estável e neste caso a incerteza devido à flutuação é calculada, estimando-se a flutuação média em torno do valor mais provável do último algarismo, da seguinte forma:

$$\Delta x_f = (z_{\max} - z_{\min}) / 2 \quad (4.7)$$

- b) o limite de erro instrumental ( $\Delta x_i$ ) fornecido pelo fabricante que possui a forma:

$$\Delta x_i = a\% \text{ da leitura} + b \text{ dígitos no último algarismo}$$



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
**Departamento de Ciências Naturais**

A incerteza absoluta resultante das duas contribuições é:

$$\Delta x = \Delta x_f + \Delta x_i \quad (4.8)$$

Como exemplo, se uma leitura mais estável no amperímetro foi 33,04 mA e flutuou entre 33,02 e 33,05 mA na escala de 200 mA, que por sua vez, possui uma incerteza de 0,05% da leitura + 2 dígitos, então:

$$\Delta x_f = (0,05 - 0,02) / 2 = 0,015$$

$$\Delta x_i = 0,0005 \cdot 33,03 + 0,02 = 0,036515$$

$$\Delta x = 0,015 + 0,036515 = 0,051515 = 0,05$$

O valor da medida é então:  $i = 33,04 \pm 0,05$  mA

**d) Aparelhos com Nônio: O Paquímetro.**

O paquímetro é um instrumento usado para medir as dimensões lineares internas, externas e de profundidade de um corpo. Consiste em uma régua graduada, com encosto fixo, sobre a qual desliza um cursor.

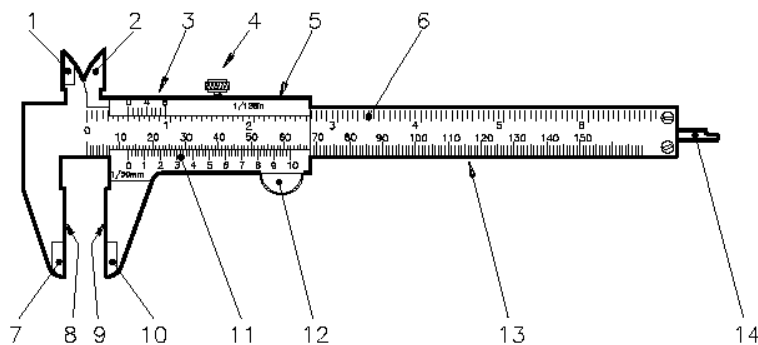


Figura 4- Paquímetro.

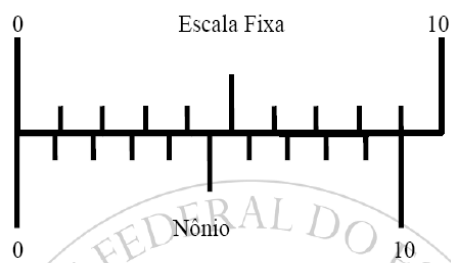
- |                                |                                  |
|--------------------------------|----------------------------------|
| 1. Orelha fixa                 | 8. Encosto fixo                  |
| 2. Orelha móvel                | 9. Encosto móvel                 |
| 3. Nônio ou vernier (polegada) | 10. Bico móvel                   |
| 4. Parafuso de trava           | 11. Nônio ou vernier (milímetro) |
| 5. Cursor                      | 12. Impulsor                     |
| 6. Escala fixa de polegadas    | 13. Escala fixa de milímetros    |
| 7. Bico fixo                   | 14. Haste de profundidade        |



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
**Departamento de Ciências Naturais**

O cursor ajusta-se à régua e permite sua livre movimentação, com um mínimo de folga. Para muitas medidas com escalas graduadas é desejável estimar-se uma fração da menor divisão das mesmas. Existe um dispositivo que aumenta a precisão desta estimativa: o nônio ou vernier (acoplado ao cursor). Esta escala especial foi criada por Pierre Vernier (1580-1637), para obter medidas lineares menores que a menor divisão de uma escala graduada.

O nônio ou vernier nos permite efetuar a leitura de uma fração da menor divisão de uma régua ou escala graduada. Ele é constituído de uma pequena escala com  $N$  divisões de valores conhecidos, que se move ao longo da régua principal, porém relacionam-se entre si de uma maneira simples. Por exemplo, considere um paquímetro possuindo um nônio com  $N=10$  divisões que correspondem, em comprimento, a 9 divisões da escala principal. Cada divisão do nônio é mais curta que a divisão da escala principal de  $\frac{1}{N}$  da divisão desta escala.



**Figura 5- Representação do Nônio.**

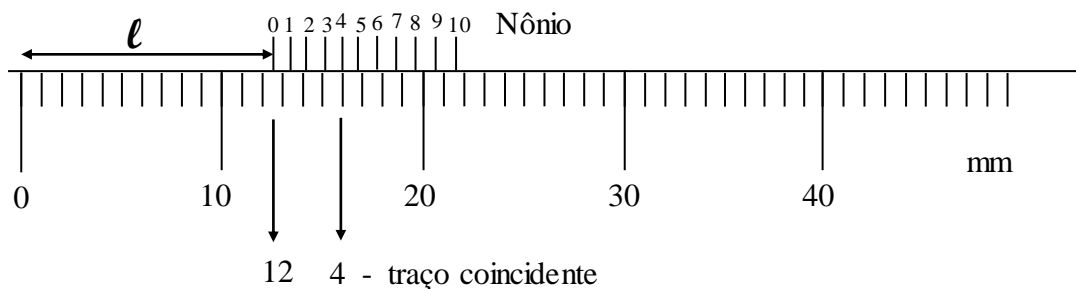
Neste caso, a primeira divisão do nônio é  $\frac{1}{10}$  mais curta que a divisão da escala principal. A segunda divisão do nônio está a  $\frac{2}{10}$  de divisão a esquerda da próxima marca da escala principal, e assim por diante, até a décima marca do nônio coincida com a nona marca da escala principal. Se a escala Vernier é movida para a direita até que uma marca sua coincida com uma marca da escala principal, o número de décimos de divisões da escala principal que a escala do nônio se deslocou é o número de divisões do nônio,  $n$ , contadas a





**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
**Departamento de Ciências Naturais**

partir de sua marca zero até a marca do nônio que coincidiu com uma marca qualquer da régua principal. Um exemplo de leitura é mostrado na figura abaixo, na qual o comprimento  $\ell$  corresponde a  $(12,4 \pm 0,1) \text{ mm}$ , onde neste caso, a incerteza do aparelho corresponde à precisão do mesmo.



**Figura 6- Exemplos de medidas utilizando um paquímetro.**

Para se obter bons resultados na medição:

1. O contato dos encostos com as superfícies do objeto deve ser suave. Exageros na pressão do impulsor podem danificar o objeto e resultar em medidas falsas;
2. Manter a posição correta do paquímetro relativamente ao objeto. Inclinações do instrumento alteram as medidas.
3. Antes de efetuar as medições, limpar as superfícies dos encostos e as faces de contato do objeto;
4. Medir o objeto a temperatura ambiente. As possíveis dilatações térmicas acarretam erros sistemáticos;

Ao fazer a leitura, orientar a visão na direção dos traços e perpendicular a linha longitudinal do instrumento.

Em nosso laboratório o paquímetro possui um nônio com  $N=20$  divisões que correspondem, em comprimento, a 39 divisões da escala principal. A precisão do mesmo é de  $0,05 \text{ m}$ , que corresponde ao valor da incerteza.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO  
Departamento de Ciências Naturais

#### 1.4 Exemplo de Processo de Cálculo de Incertezas em Medidas

Foram efetuadas 4 medidas de massa de um objeto, com balança tri-escala. Os resultados foram os seguintes: 3,002g; 3,010g; 2,995g e 3,005g. Como deve ser expresso o valor da massa deste objeto? A primeira etapa consiste no cálculo do valor médio da massa, cujo resultado é: 3,003g. Na segunda etapa deve ser calculado o erro aleatório, através do uso da incerteza absoluta ou desvio padrão. Considerando a incerteza absoluta para os erros aleatórios teremos:

$$\Delta x_{\text{aleatório}} = \frac{|3,003 - 3,002| + |3,003 - 3,010| + |3,003 - 2,995| + |3,003 - 3,005|}{4} = 0,0045 \text{ g} .$$

A incerteza será a incerteza absoluta adicionada a incerteza do aparelho (balança - 0,005g), ou seja:

$$\Delta x_{\text{total}} = 0,005 \text{ g} + 0,0045 \text{ g} = 0,0095 \text{ g} .$$

O erro total deve sempre ser expresso com apenas 1 algarismo significativo. Portanto devemos arredondar a incerteza total obtida para 0,01 g. Temos até o momento:  $(3,003 \pm 0,01)\text{g}$ . Contudo, esta não é ainda a resposta final. Note que a incerteza total está na segunda casa decimal, indicando que a incerteza da medida encontra-se nessa casa. Como o valor médio da massa apresenta três casas decimais depois da vírgula, isso significa que perdemos precisão na medida e o algarismo 3 perdeu o sentido. Portanto, a resposta final deve ser:

$$(3,00 \pm 0,01)\text{g}$$



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
Departamento de Ciências Naturais

### 1.5 Exercício em Grupo: Medidas de Densidade Superficial

Material: folha, régua, paquímetro e balança.

1. Densidade superficial de uma folha.
  - a) Cada aluno do grupo deve medir, utilizando uma régua milimetrada, as dimensões  $L_1$  e  $L_2$  da folha;
  - b) Fazer a média das medidas de  $L_1$  e  $L_2$ , com seus respectivos erros totais  $\Delta L_1$  e  $\Delta L_2$ ;
  - c) Determinar a área média ( $A$ ) da folha, com sua incerteza  $\Delta A$ .
  - d) Cada aluno do grupo deve medir a massa da folha com a balança;
  - e) Fazer a média das medidas da massa ( $m$ ) da folha e obter a respectiva incerteza total ( $\Delta m$ );
  - f) Obter a densidade superficial da folha ( $\rho$ ), com a respectiva incerteza ( $\Delta \rho$ ).
2. Repetir as medidas do item 1. com o paquímetro.
3. Comparar a densidade superficial média da folha (com sua respectiva incerteza total) obtida utilizando a régua milimetrada e o paquímetro.

Use as tabelas abaixo para expressar as medidas e os cálculos:

- Medidas da densidade superficial ( $\rho$ ) da folha:

Régua		Paquímetro		Balança
$L_1$ (cm)	$L_2$ (cm)	$L_1$ (cm)	$L_2$ (cm)	$m$ (g)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO**  
Departamento de Ciências Naturais

• Cálculos

	Régua		Paquímetro		Balança
	$L_1$ (cm)	$L_2$ (cm)	$L_1$ (cm)	$L_2$ (cm)	$m$ (g)
Valor médio					
Incerteza absoluta					
Desvio Padrão					
Incerteza Total*					

A incerteza devido aos erros aleatórios deve ser escolhida entre a incerteza absoluta ou desvio padrão.

• Resultados finais

Régua		Paquímetro	
$A$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta A$ (cm <sup>2</sup> )	$A$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta A$ (cm <sup>2</sup> )
$\rho$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta \rho$ (g/cm <sup>2</sup> )	$\rho$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta \rho$ (g/cm <sup>2</sup> )